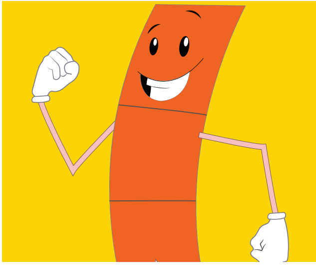
FRACCIONES DIVERTIDAS

Elena de Oteyza, Emma Lam y Laura Pastrana

EDITORIAL TERRACOTA ET

Contenido



Contando elementos de un conjunto

Observa la siguiente figura:

Recorta todas las manzanas.

- ❖ ¿Cuántas manzanas hay en total?

Separa las manzanas por color y completa las siguientes afirmaciones:

- ❖ Hay ___ manzanas amarillas de un total de ___ manzanas.
- ❖ Hay ___ manzanas rojas de un total de ___ manzanas.
- ❖ Hay ___ manzanas verdes de un total de ___ manzanas.

Solución:

- ❖ ¿Cuántas manzanas hay en total?

  En total hay 9 manzanas.

Separa las manzanas por color y completa las siguientes afirmaciones:

- ❖ Hay <u>2</u> manzanas amarillas de un total de 9 manzanas.
- ❖ Hay <u>4</u> manzanas rojas de un total de 9 manzanas.
- ❖ Hay <u>3</u> manzanas verdes de un total de 9 manzanas.

En este tipo de actividades el niño cuenta y clasifica los elementos de un conjunto. En ellas siempre debemos de establecer una afirmación del tipo:

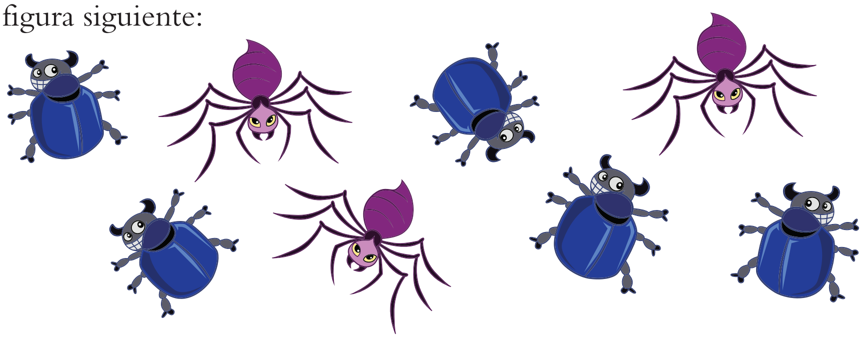
Hay ___ elementos, que comparten una propiedad, de un total de ___ elementos.

Estas actividades son adecuadas para los primeros dos años de la educación básica, en los que debemos aprovechar las habilidades que el niño posee. Recortar, iluminar, contar y clasificar nos ayudará a que de manera natural comprenda que una fracción representa parte de un conjunto; inicialmente, sin llegar a la representación simbólica.

Este tipo de actividades se puede realizar con material concreto. Los niños pueden llevar juguetes para estas actividades.

Ejemplos

1. Observa la figura siguiente:



- ¿Cuántos animales hay en total?

Completa las siguientes afirmaciones:

- Hay ___ escarabajos de un total de ___ animales.
- Hay ___ arañas de un total de ___ animales.

Solución:

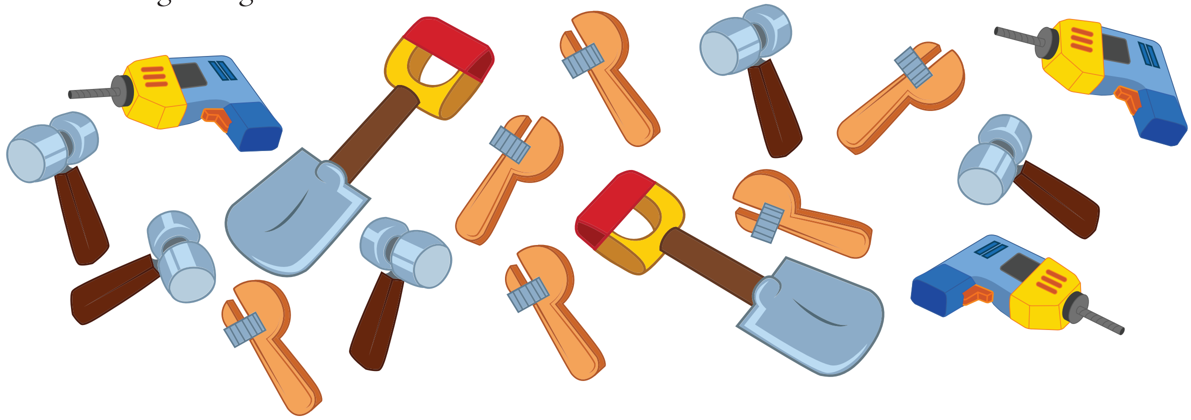
- ¿Cuántos animales hay en total?

En total hay 8 animales.

Completa las siguientes afirmaciones:

- Hay 5 escarabajos de un total de 8 animales.
- Hay 3 arañas de un total de 8 animales.

2. Observa la figura siguiente:



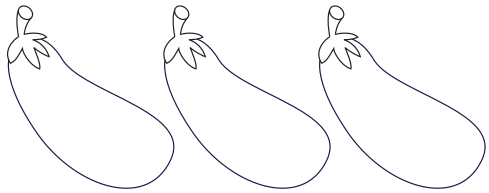
- ¿Cuántas herramientas hay en total?

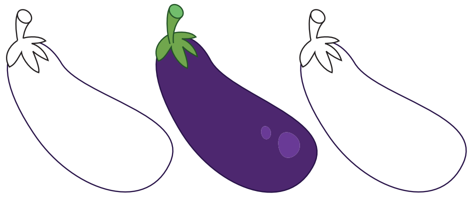
Completa las siguientes afirmaciones:

- Hay ___ taladros de un total de ___ herramientas.

Dividiendo un conjunto en partes iguales

María encontró en su libro la ilustración siguiente:
y coloreó una de las berenjenas. ¿Cómo se expresa el número de berenjenas coloreadas, con respecto al total?





Solución:

María coloreó una de las berenjenas:

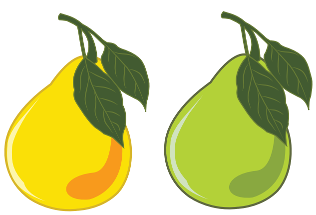
- En total hay 3 berenjenas.
- 1 berenjena está coloreada.
- 1 berenjena coloreada de un total de 3.

María coloreó la tercera parte de las berenjenas, es decir, coloreó un tercio.

Este tipo de actividades tiene por objetivo familiarizar a los niños con el lenguaje de fracciones que utilizará en el futuro. Se espera que desde el primer año de educación básica el niño reconozca los nombres de fracciones sencillas, como tercios, cuartos, novenos, etcétera.

Ejemplos

1. Observa la ilustración:



¿Cuántas peras hay en total? ¿Cuántas son verdes? ¿Cómo se expresa el número de peras verdes, con respecto al total?

Solución:

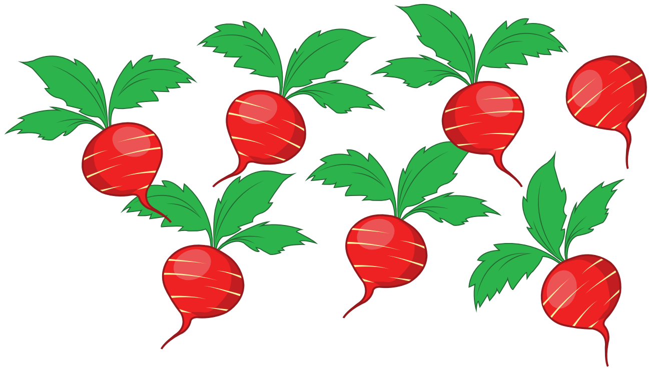
- Hay 2 peras en total.
- 1 de las peras es verde.
- 1 pera verde de un total de 2.

La mitad de las peras son verdes, es decir, un medio de las peras son verdes.

Cada pera es la mitad del total.

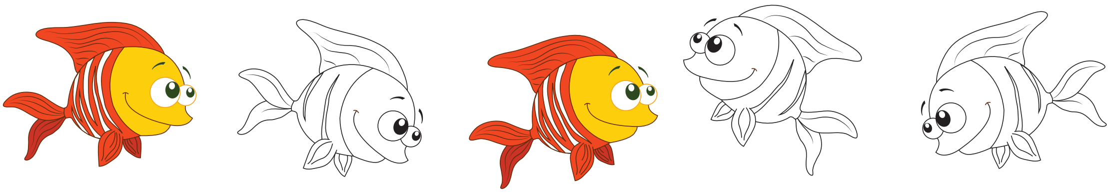
2. Observa la ilustración:
¿Cuál es el número total de rábanos? ¿Cuántos rábanos no tienen hojas? ¿Cómo se expresa el número de rábanos sin hojas, con respecto al total?

Solución:



- Hay 7 rábanos en total.
- 1 de los rábanos no tiene hojas.
- 1 rábano sin hojas de un total de 7.
- Un séptimo de los rábanos no tiene hojas.
- Cada rábano es un séptimo del total.

3. En la ilustración siguiente:
¿Cuántos peces hay en total? ¿Cuántos peces están coloreados? ¿Cómo se expresa el número de peces



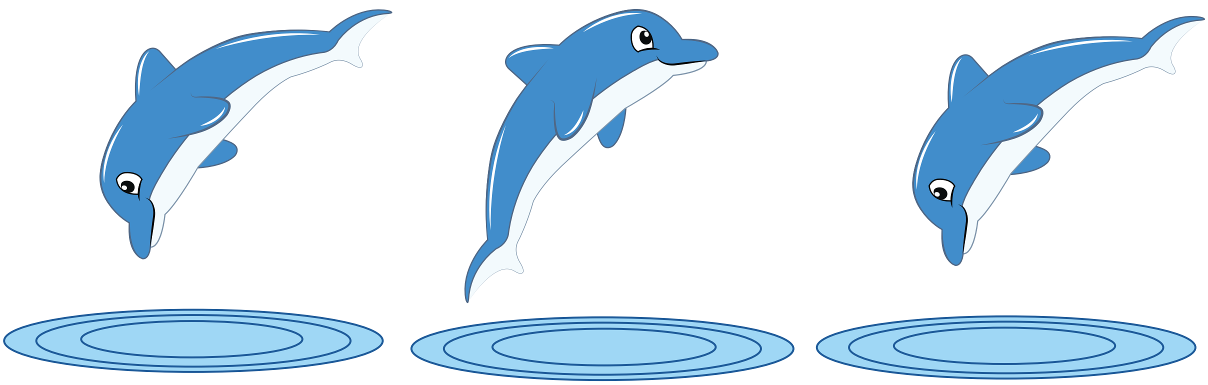
coloreados, con respecto al total?

Solución:

- Hay 5 peces en total.
- 2 peces están coloreados.
- 2 peces coloreados de un total de 5.
- Dos quintas partes están coloreados, es decir, dos quintos de los peces están coloreados.

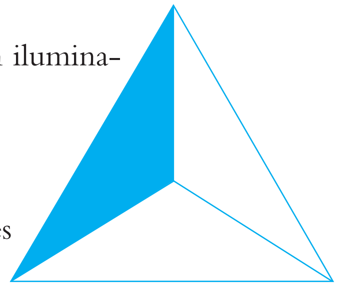
Ejercicios

1. Observa la ilustración siguiente:



Partes de una unidad

La figura siguiente está dividida en tres partes iguales. ¿Cuántas partes están iluminadas? Escribe la fracción correspondiente.



Solución:

La figura está dividida en tres partes iguales. Una de las tres está iluminada, es decir, 1 parte iluminada de un total de 3.

Esto lo representamos como:

$$\frac{1}{3} \qquad \frac{\longleftarrow \text{1 parte iluminada}}{\longleftarrow \text{3 partes iguales}}$$

Un tercio de las partes está iluminada.

En esta sección vemos las fracciones como partes de una unidad. Es indispensable que la figura que se utiliza como unidad esté dividida en partes iguales.

Observamos que el concepto de fracción es el mismo: ahora consideramos el conjunto de partes en que está dividida la figura y tomamos cierto número de ellas.

Ejemplos

1. Cristina compró un pastel, lo partió en 4 rebanadas iguales y se comió 3 de ellas. ¿Cuánto pastel comió? Escribe la fracción que representa.

Solución:

Dibujamos un pastel, lo dividimos en 4 partes iguales y coloreamos las 3 rebanadas que se comió Cristina.

Cristina se comió 3 rebanadas de un total de 4.

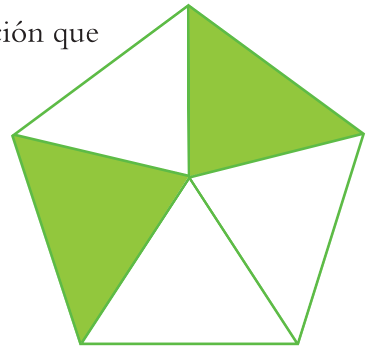
Representamos esto como una fracción:

$$\frac{\text{numerador} \longrightarrow}{\text{denominador} \longrightarrow} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{\longleftarrow \text{se comió 3 rebanadas}}{\longleftarrow \text{4 rebanadas en total}}$$

La fracción $\frac{3}{4}$ representa la cantidad de pastel que se comió. Se lee tres cuartos. Comió $\frac{3}{4}$ de pastel.

NOTA: No importa cuál es la forma del pastel, lo importante es que debe dividirse en 4 partes iguales.

2. En la figura siguiente: ¿Cuántas partes están coloreadas? Escribe la fracción que representan.



Solución:

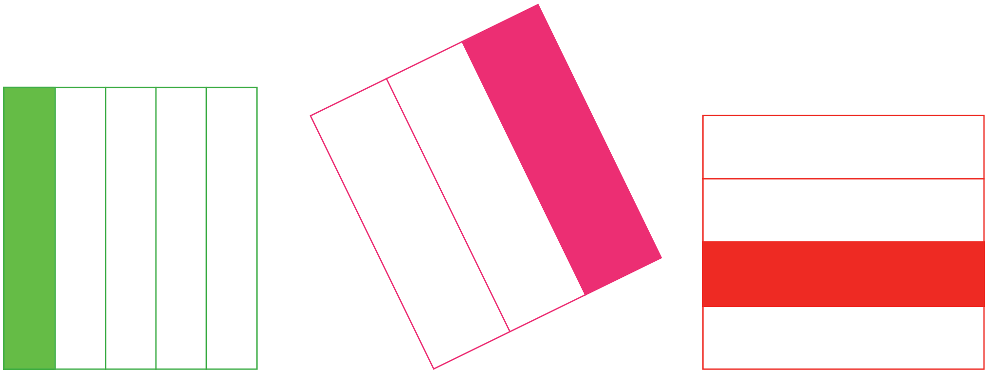
La figura está dividida en 5 partes iguales, 2 de ellas están coloreadas.

$$\frac{2}{5} \quad \frac{\longleftarrow \text{2 partes coloreadas}}{\longleftarrow \text{5 partes iguales}}$$

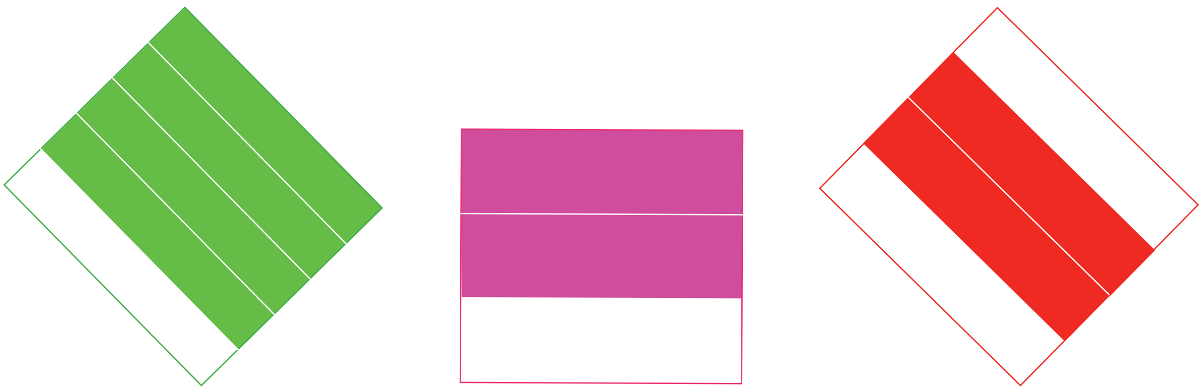
Dos quintos de las partes están coloreadas.

Ejercicios

1. Cada figura está dividida en partes iguales. Di cómo se llama cada una de las partes iguales.



2. En cada ejercicio, indica qué fracción de la figura está coloreada.



La fracción es la misma

La gata de David tuvo 5 cachorros de los cuales 3 son grises. ¿Qué fracción de los gatitos son grises?

Solución:

En total hay 5 gatitos, 3 de ellos son grises.
Esto lo representamos como $\frac{3}{5}$.
Tres quintos de los gatos son grises.

En la siguiente ilustración la figura está dividida en 5 partes iguales de las cuales 3 están iluminadas. ¿Qué fracción está iluminada?

Solución:

Hay 3 partes iluminadas de un total de 5 y lo representamos como $\frac{3}{5}$.

En el problema de la gata $\frac{3}{5}$ representa 3 cachorros grises de un total de 5.

En el de la figura $\frac{3}{5}$ representa 3 partes iluminadas de un total de 5.

Es decir, tenemos dos interpretaciones distintas de una fracción, como partes de un conjunto o como partes de una unidad.

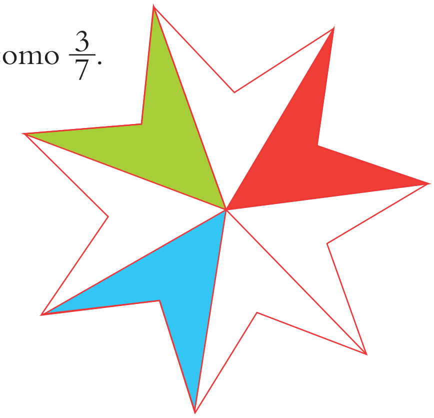
En ambos casos la fracción $\frac{3}{5}$ representa 3 de un total de 5.

Ejemplos

1. Escribe la fracción que representa los triceratops del total de los dinosaurios.

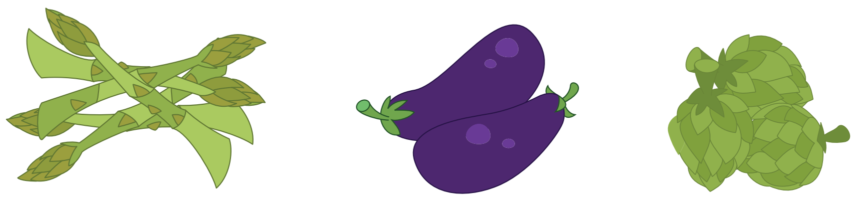
Solución:

Hay 7 dinosaurios de los cuales 3 son triceratops. Esto lo representamos como $\frac{3}{7}$.

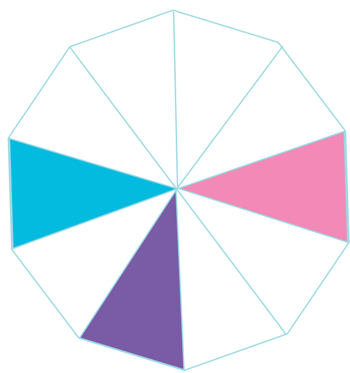


La figura de la derecha está dividida en 7 partes iguales de las cuales 3 están iluminadas, esto lo representamos como $\frac{3}{7}$.

2. Escribe la fracción que representa las alcachofas del total de verduras.



Escribe la fracción que representa la parte coloreada de la figura de la derecha.



Solución:

Hay 10 verduras de las cuales 3 son alcachofas. Esto lo representamos como $\frac{3}{10}$.

La figura está dividida en 10 partes iguales de las cuales 3 están iluminadas, esto lo representamos como $\frac{3}{10}$.

Ejercicios

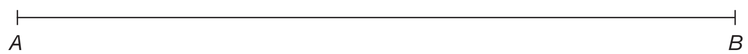
1. En la mesa hay 6 cucharas, 4 tenedores y 5 cuchillos. Escribe la fracción que representa el número de cuchillos del total de cubiertos.

Fracciones en la recta numérica

División de un segmento en partes iguales

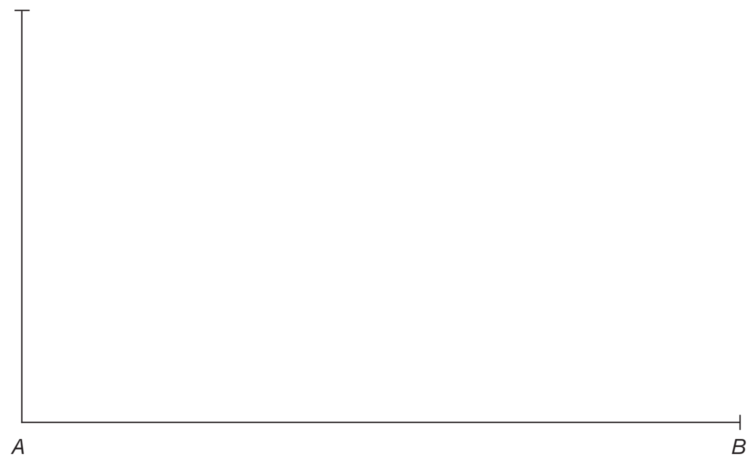
Veamos cómo dividir un segmento en 5 partes iguales.

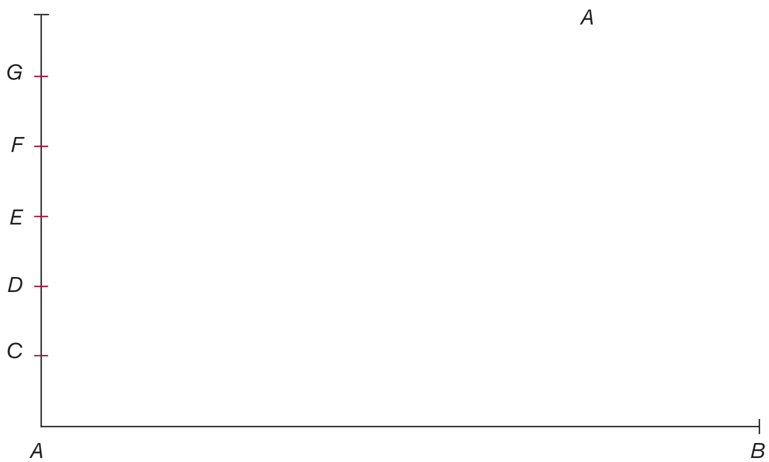
Trazamos un segmento cualquiera con extremos *A* y *B*.



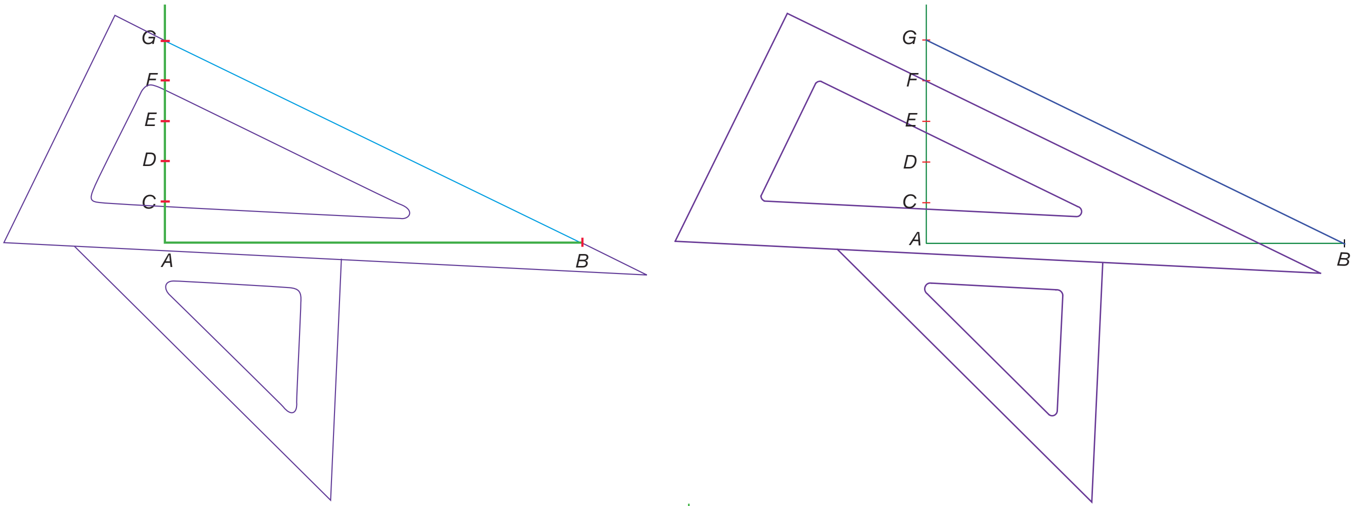
Levantamos una recta perpendicular al segmento *AB* que pase por *A*.

Elegimos cualquier medida arbitraria y hacemos una marca sobre la recta perpendicular; llamamos *C* al punto marcado. Después colocamos el compás en *A* y lo abrimos hasta llegar a *C*. Con esta abertura marcamos los puntos *D, E, F* y *G* sobre la recta en la que se encuentra *C*.

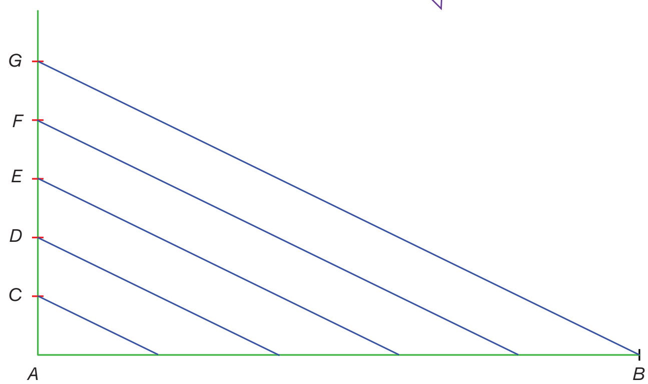


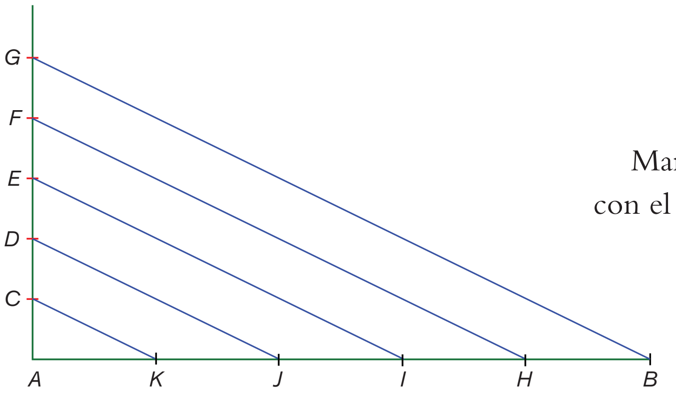


Usando una escuadra trazamos un segmento de recta que una *G* con *B*. Sin moverla colocamos la otra escuadra como muestra la figura y deslizamos la primera escuadra hacia la izquierda hasta llegar al punto *F*, en donde trazamos otro segmento que corta al segmento *AB* y que es paralelo al segmento *GB*.



Repetimos este procedimiento para trazar segmentos paralelos al segmento *GB* por los puntos *E*, *D* y *C*.





Marcamos los puntos de intersección de estas rectas con el segmento *AB*, obtenemos los puntos *H, I, J* y *K*.

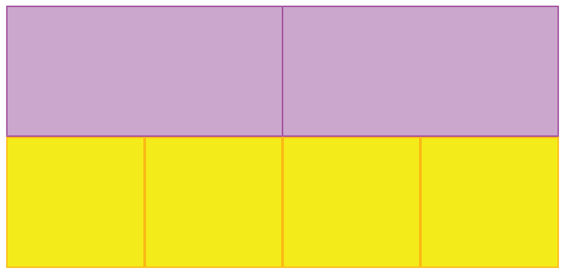
Los segmentos *AK, KJ, JI, IH* y *HB* tienen la misma longitud. Es decir, el segmento *AB* está dividido en 5 partes iguales.

Usando el procedimiento anterior, puedes elaborar tus bandas. Recuerda que todas deben tener el mismo tamaño. Saber dividir un segmento en partes iguales es útil para localizar fracciones en la recta numérica, como veremos a continuación.

Fracciones equivalentes

Las bandas y las fracciones equivalentes

Coloca la banda de medios y debajo de ella la de cuartos, como indica la ilustración.



¿Cuántos cuartos son un medio?

Solución:

Observamos que dos de los cuartos de la banda amarilla cubren la mitad de la banda lila, la raya que divide en dos partes la banda lila, coincide exactamente con la segunda raya de la banda amarilla, entonces $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Decimos que las fracciones $\frac{2}{4}$ y $\frac{1}{2}$ son equivalentes.

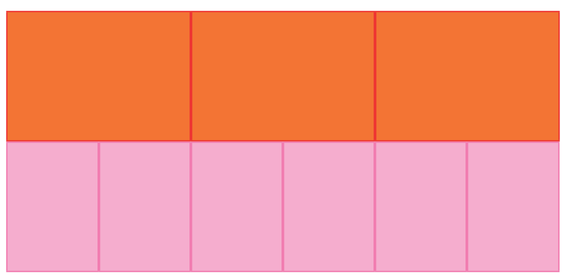
Nota que $\frac{2}{4}$ es otra manera de escribir $\frac{1}{2}$.

Con el uso de las bandas podemos encontrar fracciones equivalentes entre cuartos y octavos, cuartos y doceavos, quintos y décimos, sextos y doceavos, etcétera. Observa que para que sea posible encontrar fracciones equivalentes con el uso de las bandas, el número de partes en el que está dividida una de ellas debe ser múltiplo del de la otra.

Cuando encontramos fracciones equivalentes estamos escribiendo el mismo número de otra manera, por eso en ocasiones decimos que las fracciones son iguales.

Ejemplos

1. Elige las bandas de tercios y de sextos para verificar que $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$.



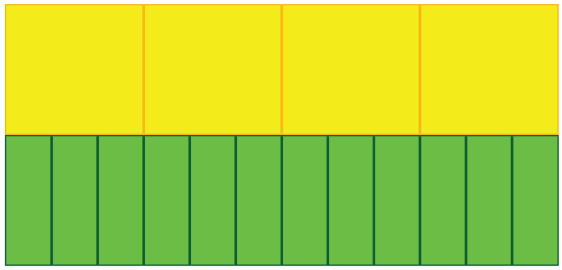
Solución:

Colocamos las bandas como se muestra y observamos: en efecto, cuatro pedazos de la banda rosa cubren dos de la banda naranja. La segunda raya de la banda naranja coincide exactamente con la cuarta raya de la banda rosa.

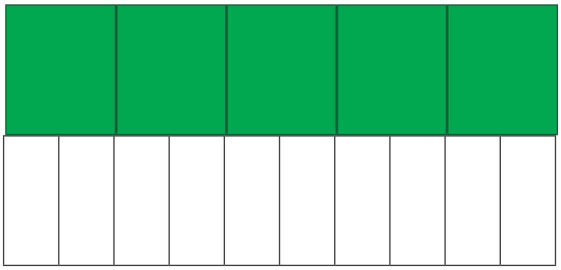
2. Elige las bandas adecuadas para verificar que $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$.

Solución:

Elegimos las bandas de cuartos y doceavos. Las colocamos como se muestra y observamos: en efecto, nueve pedazos de la banda verde claro cubren tres de la amarilla. La tercera raya de la banda amarilla coincide exactamente con la novena raya de la banda verde claro.



3. Encuentra una fracción equivalente a $\frac{3}{5}$.



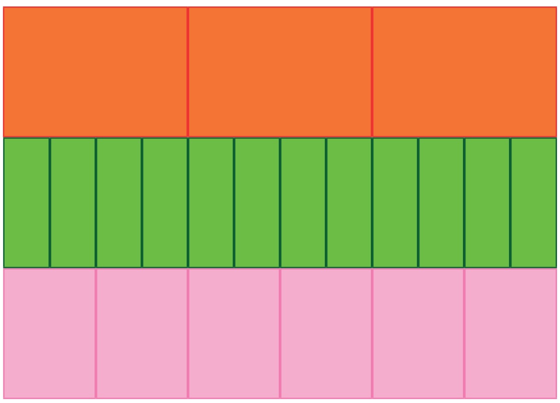
Solución:

Elegimos las bandas de quintos y décimos. Las colocamos como se muestra y observamos.

Notamos que tres pedazos de la banda verde cubren seis de la blanca. La tercera raya de la banda verde coincide exactamente con la sexta raya de la banda blanca.

Entonces $\frac{3}{5}$ es equivalente a $\frac{6}{10}$, es decir: $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$.

4. Encuentra dos fracciones equivalentes a $\frac{8}{12}$.



Solución:

Elegimos las bandas de tercios, sextos y doceavos. Las colocamos como se muestra y observamos: notamos que dos pedazos de la banda naranja cubren ocho de la banda verde claro. Igualmente, cuatro pedazos de la banda rosa cubren ocho de la banda verde claro.

Entonces $\frac{2}{3}$ es equivalente a $\frac{8}{12}$, es decir: $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$.

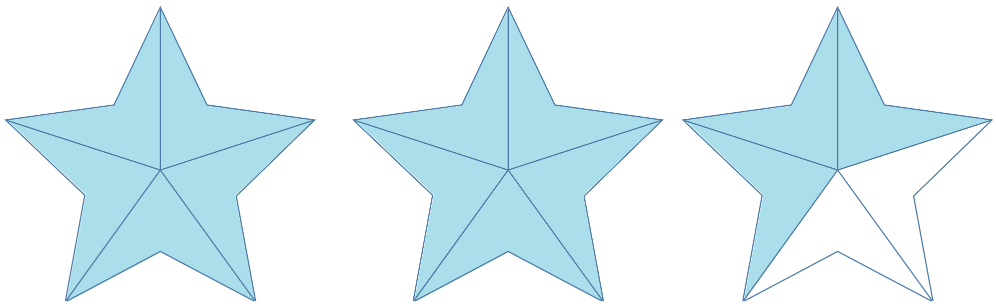
De la misma manera, $\frac{4}{6}$ es equivalente a $\frac{8}{12}$, es decir: $\frac{4}{6} = \frac{8}{12}$.

Concluimos que $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{6}$ son equivalentes a $\frac{8}{12}$, es decir: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{8}{12}$.

NOTA: Usando la banda de novenos, podemos verificar que $\frac{6}{9}$ es otra fracción equivalente a $\frac{8}{12}$.

Números mixtos

En la figura hay 3 estrellas. Cada una está divida en 5 partes iguales.



El número total de partes coloreadas es 13, es decir, hay $\frac{13}{5}$ partes coloreadas.

Hay 2 estrellas completas coloreadas. En la tercera estrella hay $\frac{3}{5}$ partes coloreadas. Esto lo escribimos como

$$2 + \frac{3}{5} = 2\tfrac{3}{5}.$$

A esta expresión la llamamos *número mixto* y se lee dos enteros tres quintos.

Entonces $$2\tfrac{3}{5} = \frac{13}{5}.$$

Observamos que $2\tfrac{3}{5}$ y $\frac{13}{5}$ son dos representaciones del mismo número. Es decir, es el mismo número escrito de dos maneras distintas.

Cuando en una fracción el numerador es mayor que el denominador, podemos encontrar el número mixto que corresponde a dicha fracción.

Un número mixto está formado por un número entero y una fracción en la que el numerador es menor que el denominador.

Aquí introducimos solamente la noción de número mixto utilizando una representación gráfica, más adelante veremos que es posible pasar de un número mixto a una fracción y viceversa.

Representar una fracción como un número mixto nos permite hallar dos números enteros consecutivos entre los cuales se encuentra. Esto nos permite, entre otras cosas, saber qué tan pequeño o grande es el número, y localizarlo de manera más sencilla en la recta numérica.

Así, por ejemplo, puesto que como vimos en el ejemplo introductorio

$$\frac{13}{5} = 2\tfrac{3}{5}$$

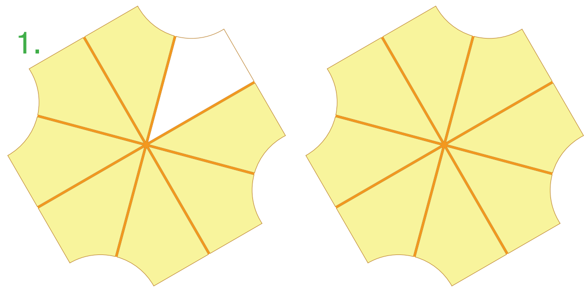
entonces $\frac{13}{5}$ está entre los números enteros 2 y 3.

Es importante insistir en que si escribimos la fracción como número mixto estamos escribiendo el mismo número de dos formas distintas.

Ejemplos

Escribe el número mixto y la fracción que corresponde a cada ilustración.

1.



Solución:

Vemos 2 figuras, cada una dividida en 8 partes iguales. El número total de partes coloreadas es 15, es decir, hay $\frac{15}{8}$ partes coloreadas.

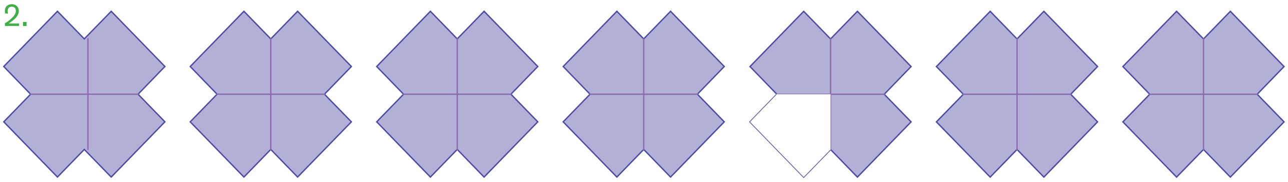
Hay una figura completa coloreada. En la primera figura hay $\frac{7}{8}$ partes coloreadas. Esto lo escribimos como $1\tfrac{7}{8}$.

Por tanto, $\frac{15}{8} = 1\tfrac{7}{8}$,

es decir, quince octavos es igual a un entero siete octavos.

$\frac{15}{8}$ y $1\tfrac{7}{8}$ son dos maneras de representar al mismo número.

2.



Solución:

Vemos 7 figuras, cada una dividida en 4 partes iguales. El número total de partes coloreadas es 27, es decir, hay $\frac{27}{4}$ partes coloreadas.

Hay 6 figuras completas coloreadas. En la quinta figura hay $\frac{3}{4}$ partes coloreadas. Esto lo escribimos como $6\tfrac{3}{4}$.

Por tanto, $\frac{27}{4} = 6\tfrac{3}{4}$,

es decir, veintisiete cuartos es igual a seis enteros tres cuartos.

$\frac{27}{4}$ y $6\tfrac{3}{4}$ son dos maneras de representar al mismo número.

Observamos que $\frac{27}{4}$ está entre los enteros 6 y 7 es decir,

$$6 < \frac{27}{4} < 7$$